



Als erstes soll bewiesen werden, dass die Dreiecke  $\triangle ADE$  und  $\triangle BDF$  kongruent sind. Dazu sind einige Vorüberlegungen nötig:

$$\angle DAE = \angle DAC \text{ (Verlängerung von } [AE] \text{ auf } [AC])$$

$$\angle FBD = \angle CBD \text{ (Verlängerung von } [BF] \text{ auf } [BC])$$

$$\angle DAC + \angle CFD = 180^\circ \text{ (Sehnenviereck } \square ACFD)$$

$$\angle DEC + \angle CBD = 180^\circ \text{ (Sehnenviereck } \square BCED)$$

$$\angle DFB + \angle CFD = 180^\circ \text{ (Nebenwinkel)}$$

$$\angle AED + \angle DEC = 180^\circ \text{ (Nebenwinkel)}$$

Dazu wird nach dem WSW-Satz argumentiert:

$$(1) \quad \angle DAE = \angle DAC = 180^\circ - \angle CFD = 180^\circ - (180^\circ - \angle DFB) = \angle DFB$$

$$(2) \quad \angle FBD = \angle CBD = 180^\circ - \angle DEC = 180^\circ - (180^\circ - \angle AED) = \angle AED$$

$$(3) \quad \overline{AE} = \overline{BF}$$

Damit stimmen bei beiden Dreiecken eine Seite und die beiden anliegenden Winkel überein und sie sind somit kongruent.

$$\triangle ADE \cong \triangle BDF$$

Daraus folgt:

$$(4) \quad \overline{BD} = \overline{DE} \text{ und } \overline{AD} = \overline{DF}$$

Als nächstes kann man nun zeigen, dass die Dreiecke  $\triangle BDE$  und  $\triangle ADF$ , die beide wegen (4) gleichschenkelig mit  $\angle EBD = \angle DEB$  und  $\angle AFD = \angle DAF$  sind, ähnlich sind.

Dazu muss zuerst festgestellt werden, dass aus:

$$\angle ACF = \angle ACB \text{ (Verlängerung von } [BF] \text{ auf } [BC])$$

$$\angle ECB = \angle ACB \text{ (Verlängerung von } [AE] \text{ auf } [AC])$$

$$\angle FDA + \angle ACF = 180^\circ \text{ (Sehnenviereck } \square ACFD)$$

$$\angle BDE + \angle ECB = 180^\circ \text{ (Sehnenviereck } \square BCED)$$

folgt:

$$\angle FDA + \angle ACB = \angle BDE + \angle ACB \implies \angle FDA = \angle BDE$$

Damit sind alle 3 Winkel der Dreiecke gleich und nach dem WWW-Satz folgt, dass sie ähnlich sind:

$$\triangle BDE \sim \triangle ADF$$

$$(5) \quad \implies \angle DAF = \angle EBD \text{ (Basiswinkel)}$$

Weiterhin kann man feststellen:

$$\angle DAF = \angle DCF \text{ (Fasskreisbogen um } [DF])$$

$$\angle DCF = \angle DCB \text{ (Verlängerung von } [CF] \text{ auf } [BC])$$

$$\angle EBD = \angle ECD \text{ (Fasskreisbogen um } [ED])$$

$$\angle ECD = \angle ACD \text{ (Verlängerung von } [CE] \text{ auf } [AC])$$

und damit:

$$\begin{aligned} \angle DCB = \angle DCF = \angle DAF &\stackrel{\text{Basiswinkel}}{=} \angle EBD = \angle ECD = \angle ACD \\ &\implies \angle DCB = \angle ACD \end{aligned}$$

Aus  $\angle ACB = \angle ACD + \angle DCB = 2\angle ACD = 2\angle DCB$ , folgt dann, dass  $CD$  den Winkel  $\angle ACB$  halbiert w.z.B.w.