

FDL

Copyright (c) 2007 Andreas Kirsch

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".



Physik-Referat



Auflösungsvermögen optischer Geräte und
Mikroskope und Notwendigkeit der Materiewellen
beim Rasterelektronenmikroskop

Kurze Einführung in die Optik



Kurze Einführung in die Optik

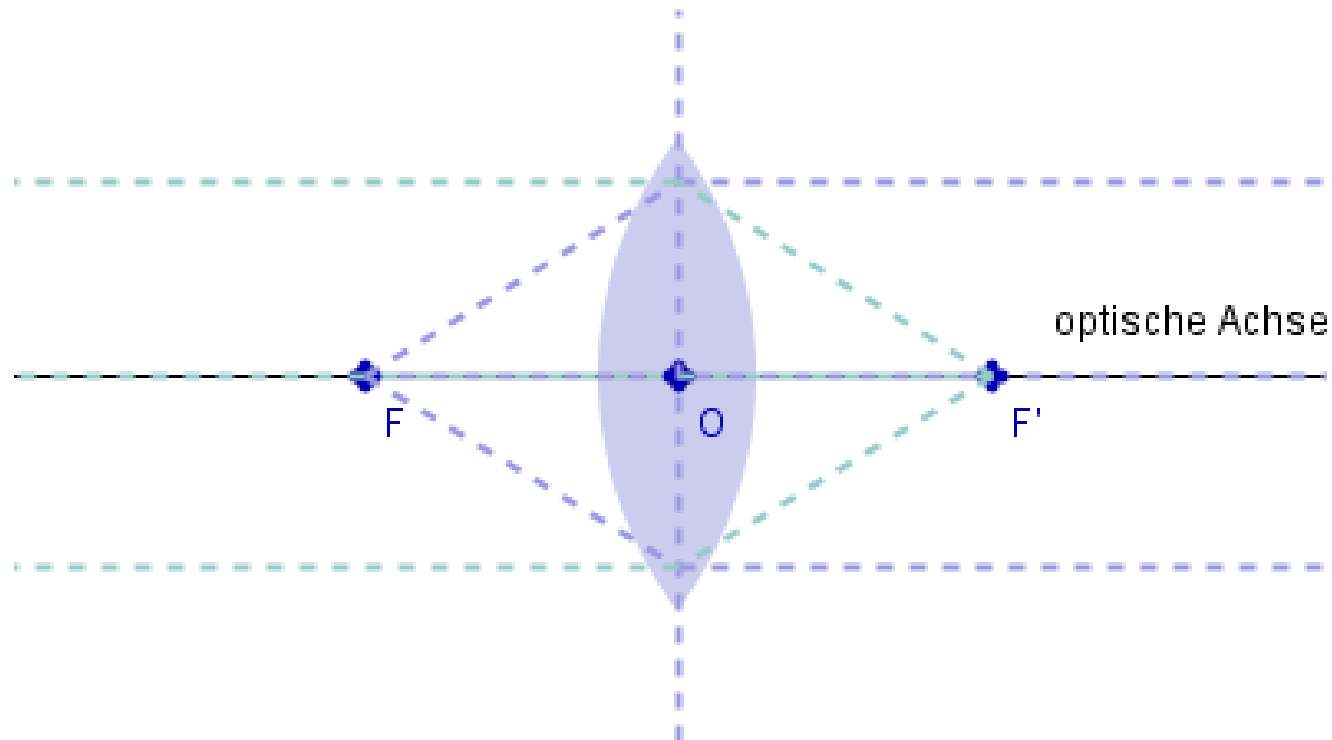
Alle hier vorgestellten optischen Geräte funktionieren hauptsächlich durch die Verwendung von Linsen, um die einfallenden Lichtstrahlen zu brechen.

Es gibt 2 Arten von Linsen:

- Sammellinsen
- Zerstreuungslinsen

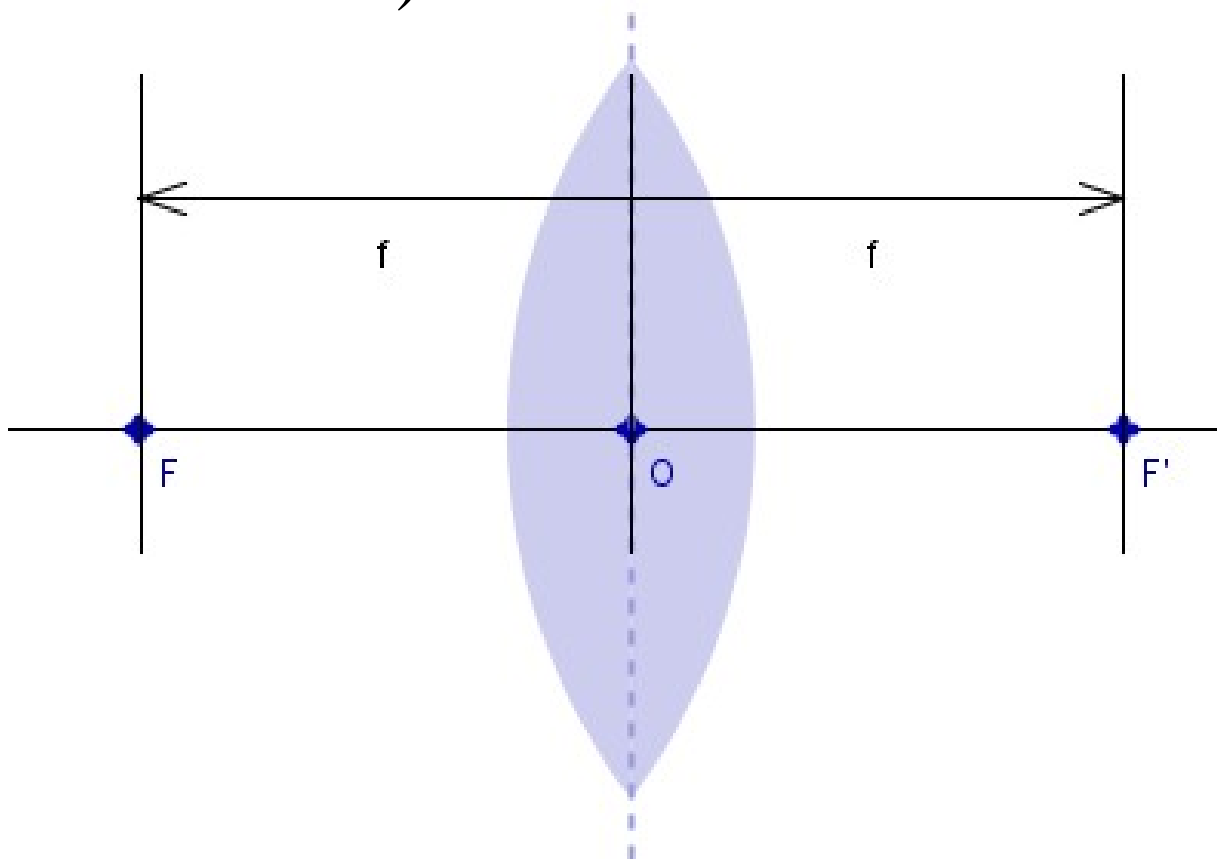
Sammellinsen

Parallele Lichtstrahlen werden in einem Punkt gebrochen. Zur optischen Achse parallele Punkte werden in den sog. Brennpunkten gebrochen.



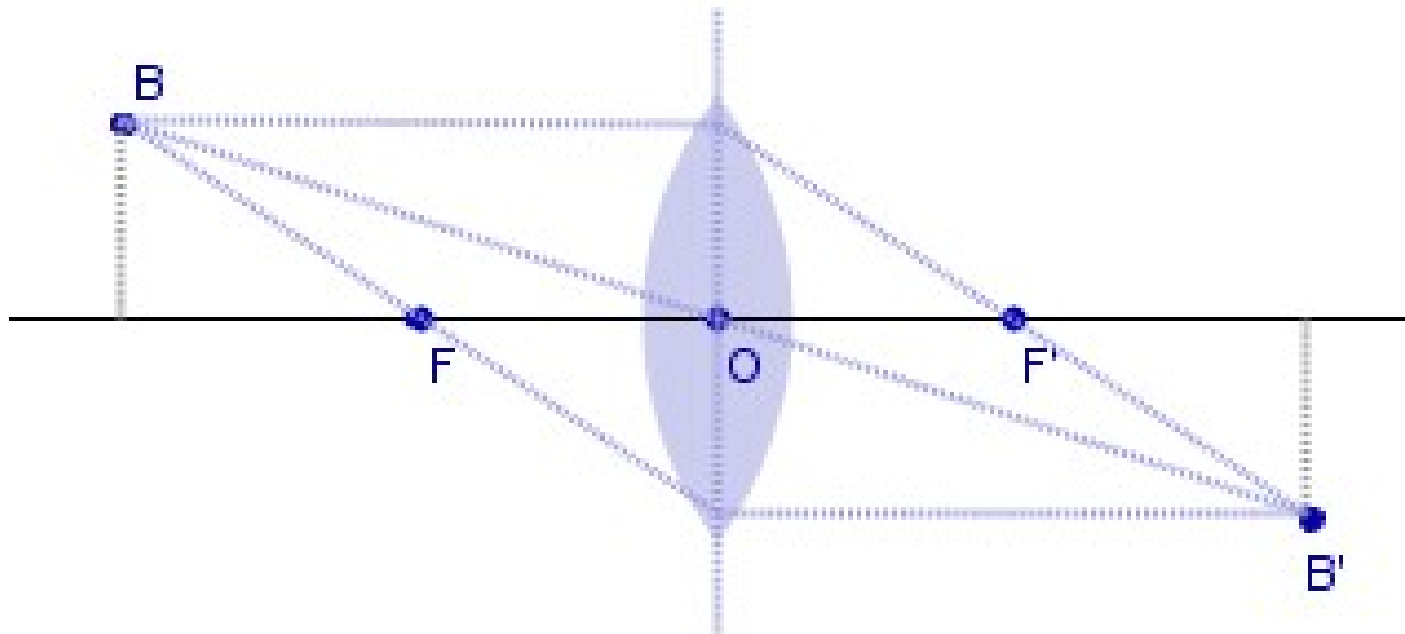
Brennweite

Die Entfernung eines Brennpunktes F oder F' zum optischen Mittelpunkt eines Systems (in den Bilder mit O bezeichnet) bezeichnet man als Brennweite f .



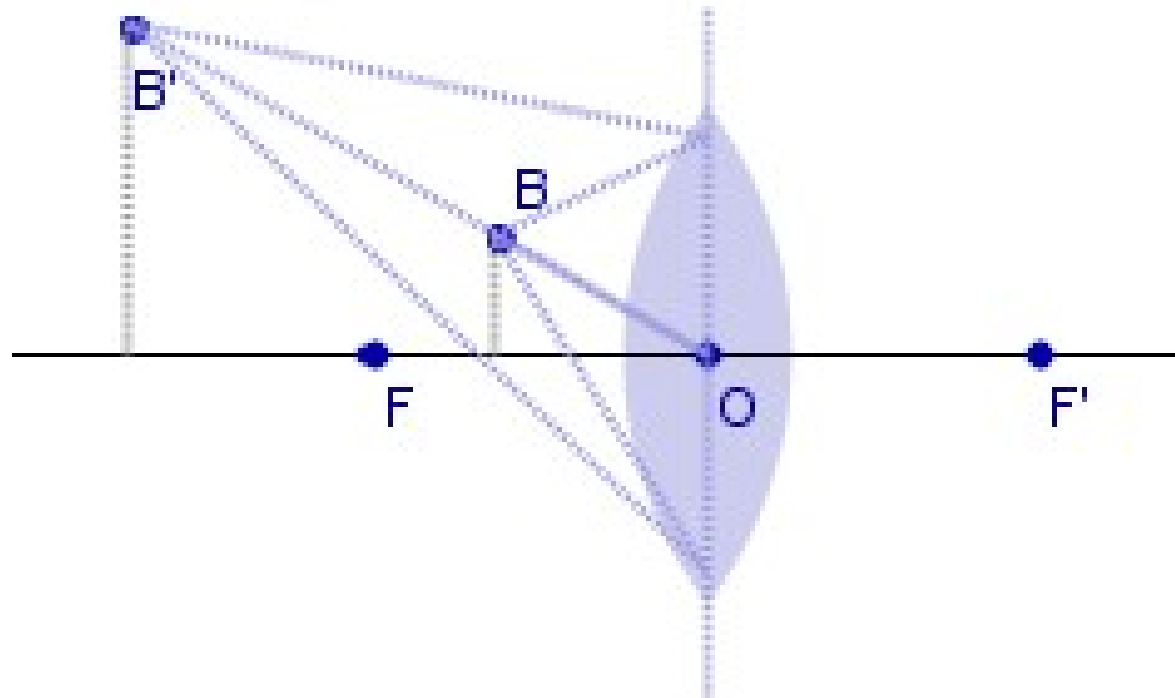
Sammellinsen II

Strahlen eines Punktes vor einem Brennpunkt werden auf einen **reellen** Bildpunkt hinter dem anderen Brennpunkt gebrochen. Dieser könnte durch einen Schirm sichtbar gemacht werden:



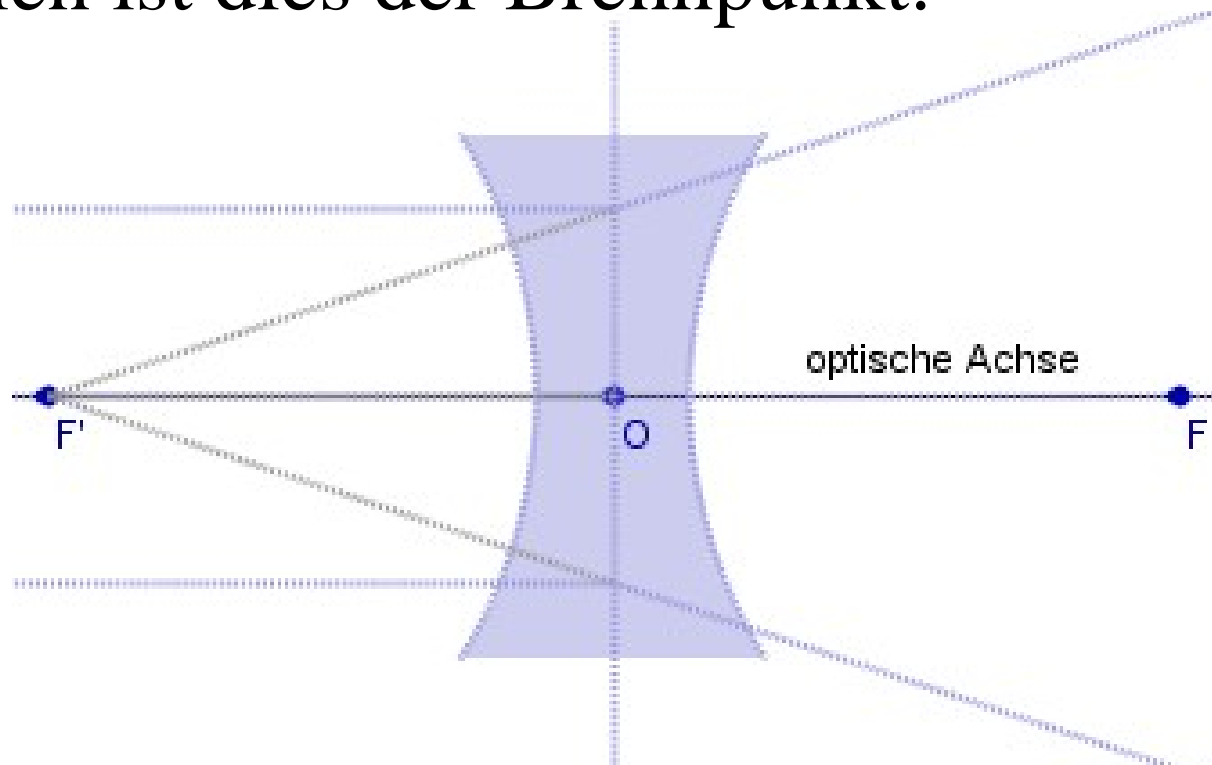
Sammellinsen III

Strahlen eines Punktes zwischen Brennpunkt und Linse werden auf einen **virtuellen** Bildpunkt gebrochen, der nicht durch einen Schirm sichtbar gemacht werden kann:



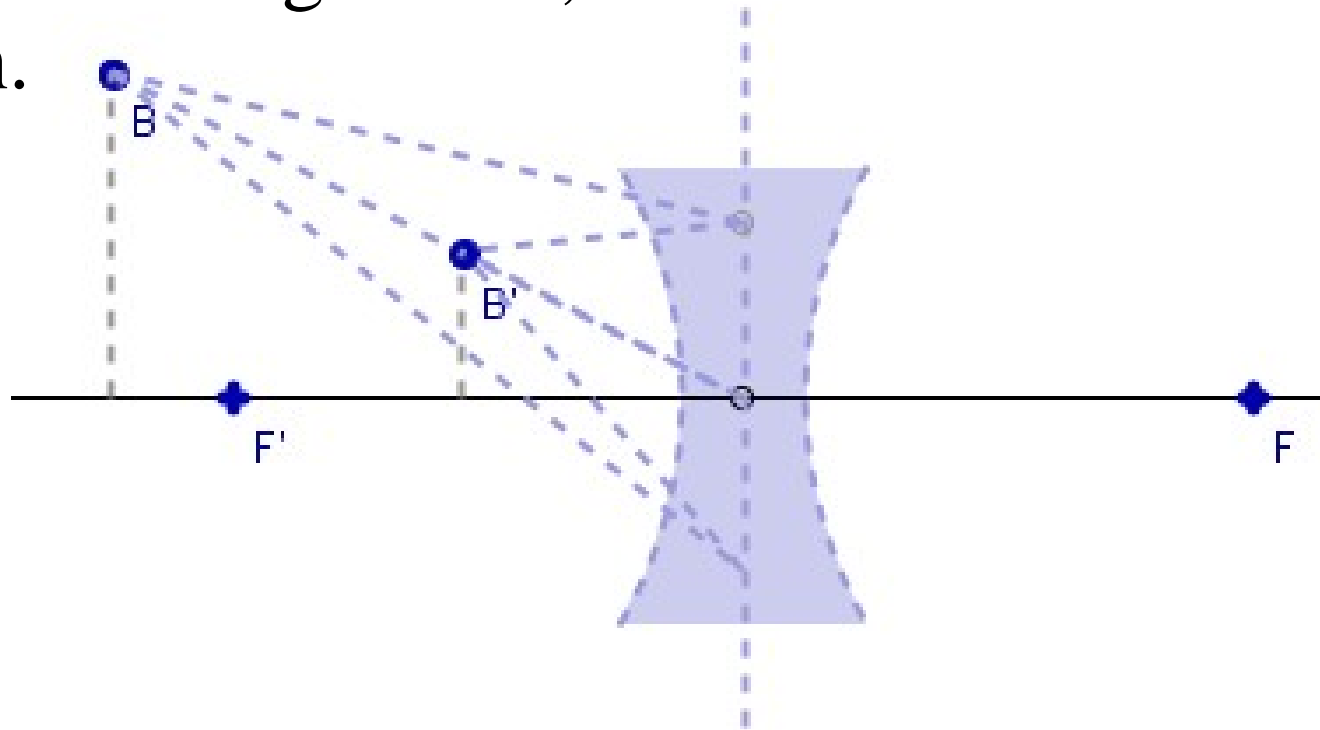
Zerstreuungslinsen

Parallele Strahlen werden so gebrochen, dass es erscheint, als würden sie alle von einem Punkt ausgehen. Bei zur optischen Achse parallelen Strahlen ist dies der Brennpunkt:

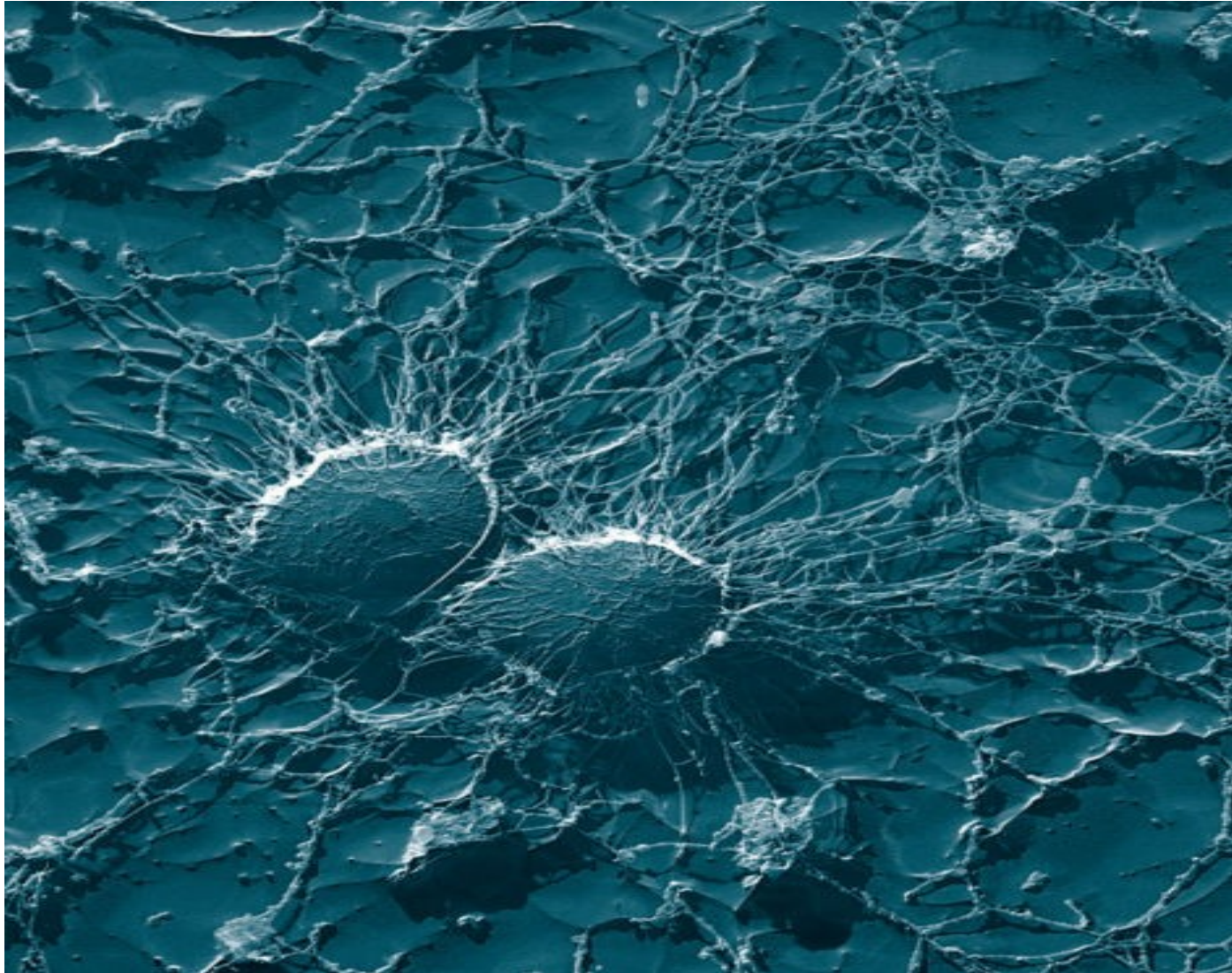


Zerstreuungslinsen II

Strahlen eines Punktes können durch eine Zerstreuungslinse nie auf einen reellen Bildpunkt gebrochen werden. Punkte werden nur auf virtuelle Bildpunkte abgebildet, die näher an der Linse liegen.



Optische Geräte



Wichtige optische Geräte

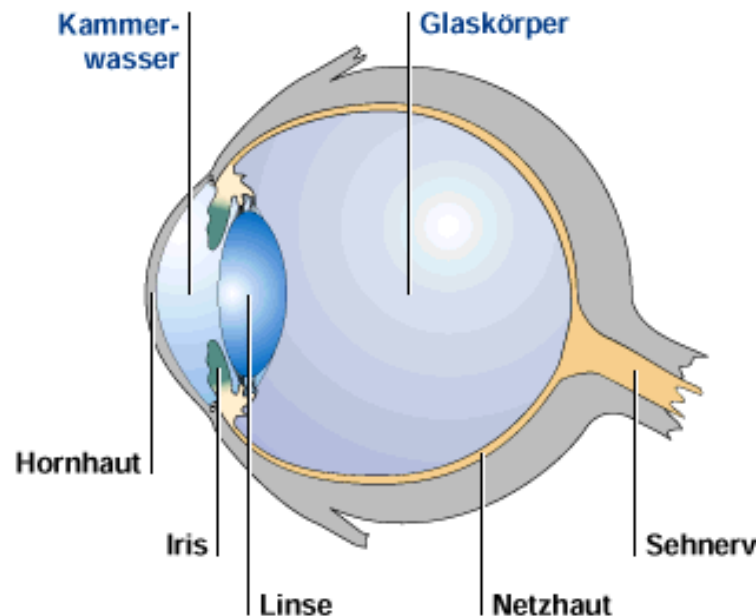


- Menschliches Auge
- Fernrohr
- Mikroskop

Menschliches Auge

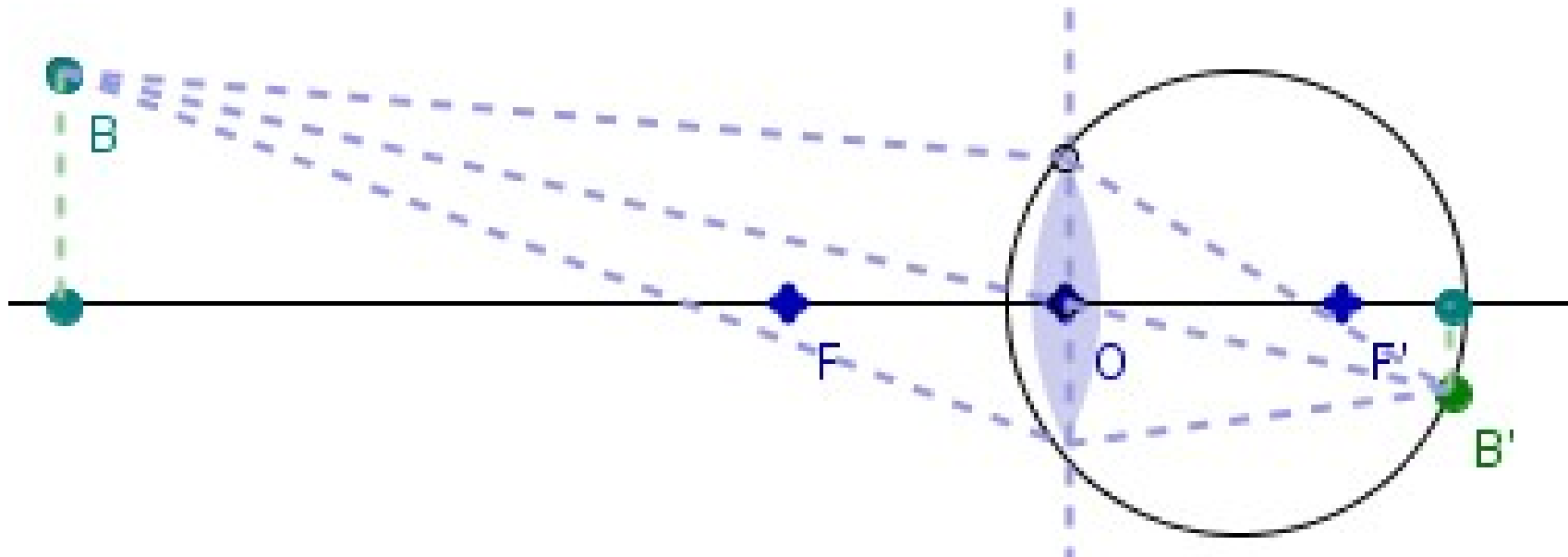
Aufgaben:

- Wahrnehmung von nahen wie fernen Objekten
- Anpassung an verschiedene Helligkeiten (Tag, Nacht)



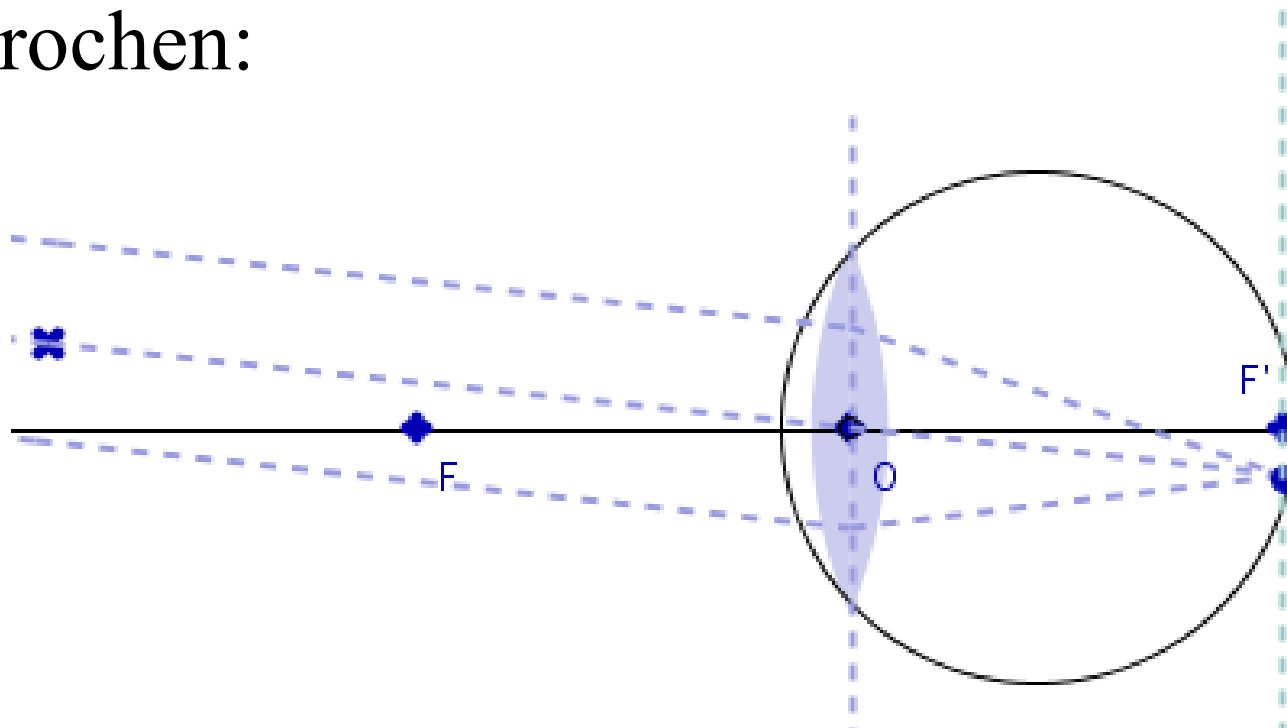
Funktionsweise des Auges I

Objekte werden seitenverkehrt auf die Netzhaut abgebildet. Das Auge passt automatisch seine Brennweite an, um das Objekt immer scharf abzubilden.

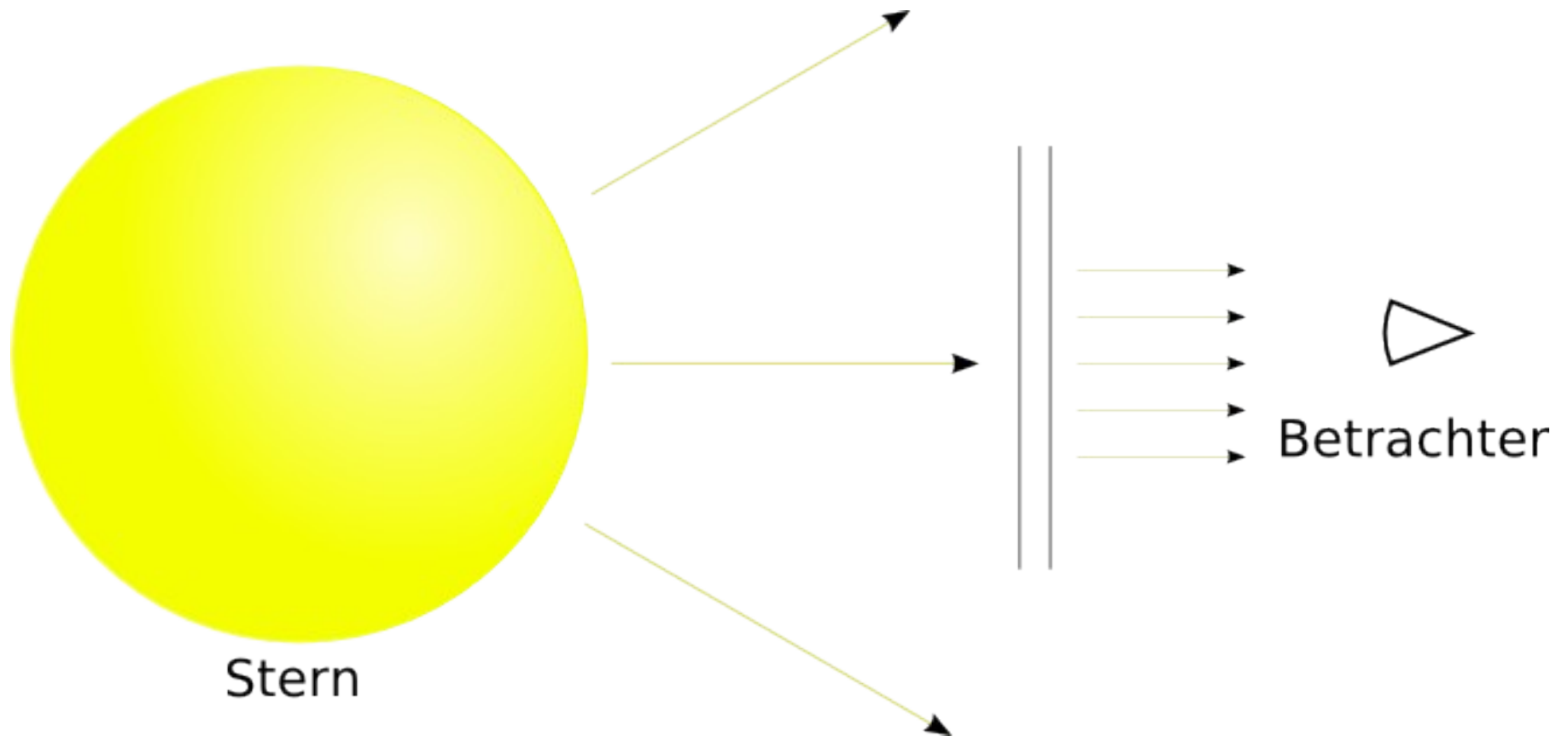


Funktionsweise des Auges II

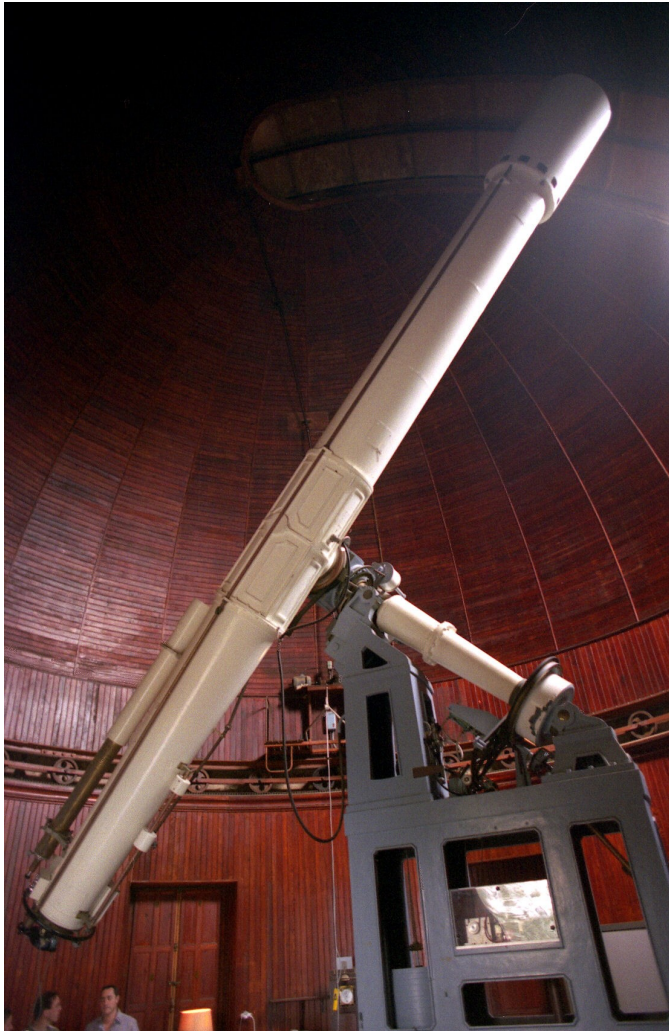
Schaut man in die Ferne (zum Beispiel in den Nachthimmel), so werden die annähernd parallelen Lichtstrahlen in die Ebene des Bildbrennpunktes gebrochen:



Sternbetrachtung



Fernrohr und Mikroskop



Objektiv und Okular

Vereinfacht kann angenommen werden, dass optische Geräte aus 2 optischen Systemen bestehen, die weiter vereinfacht aus jeweils einer Linse bestehen:

- Objektiv (zum Objekt hingewandtes optisches System)
- Okular (zum Auge des Betrachter hingewandtes optisches System)

Fernrohr

Hier sollen zwei einfache Fernrohre kurz vorgestellt werden:

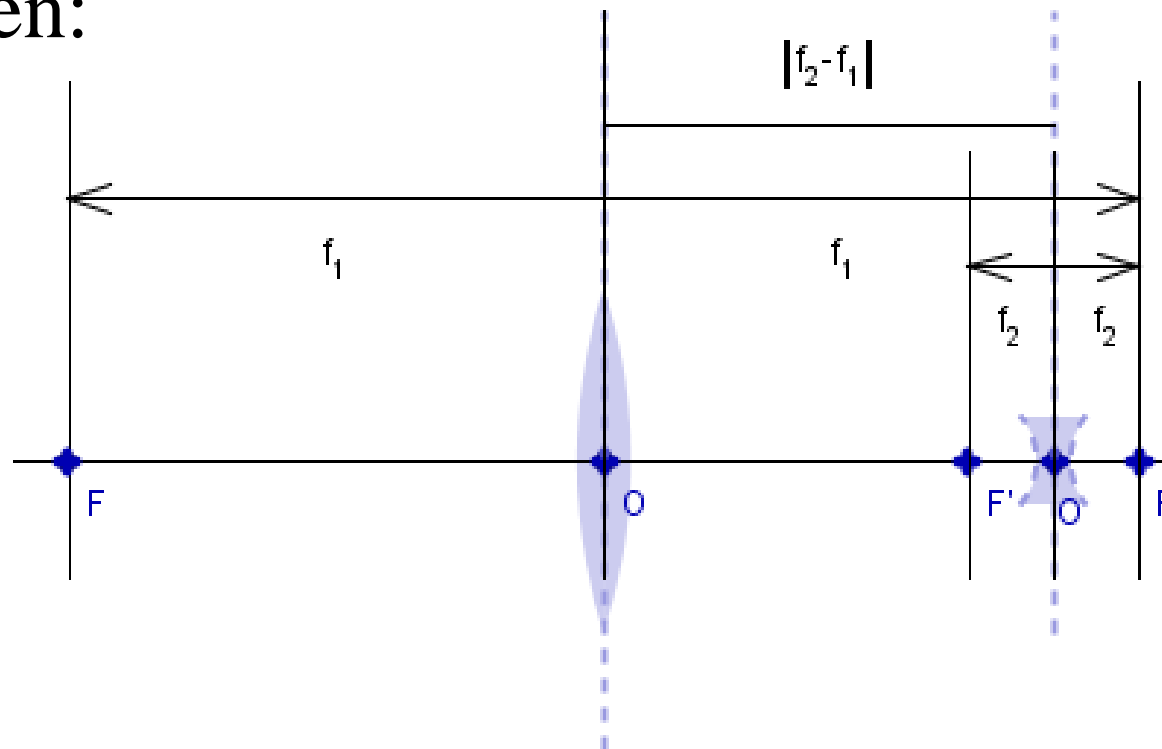
- Holländisches oder Galileisches Fernrohr
- Astronomisches oder Keplersche Fernrohr

Galileisches Fernrohr

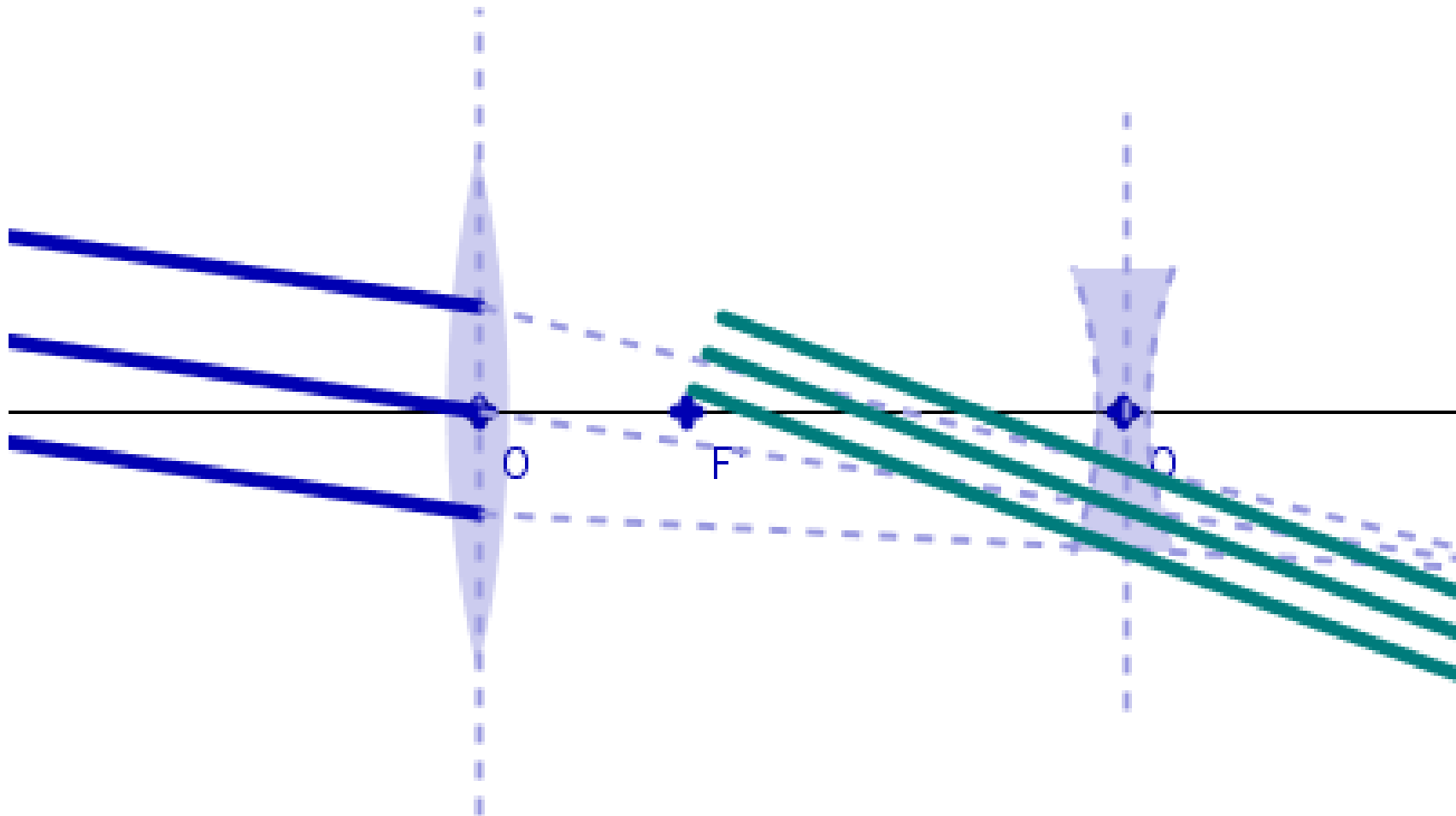
Objektiv: Sammellinse

Okular: Zerstreuungslinse

Dabei gilt folgende Anordnung für die Brennweiten der Linsen:

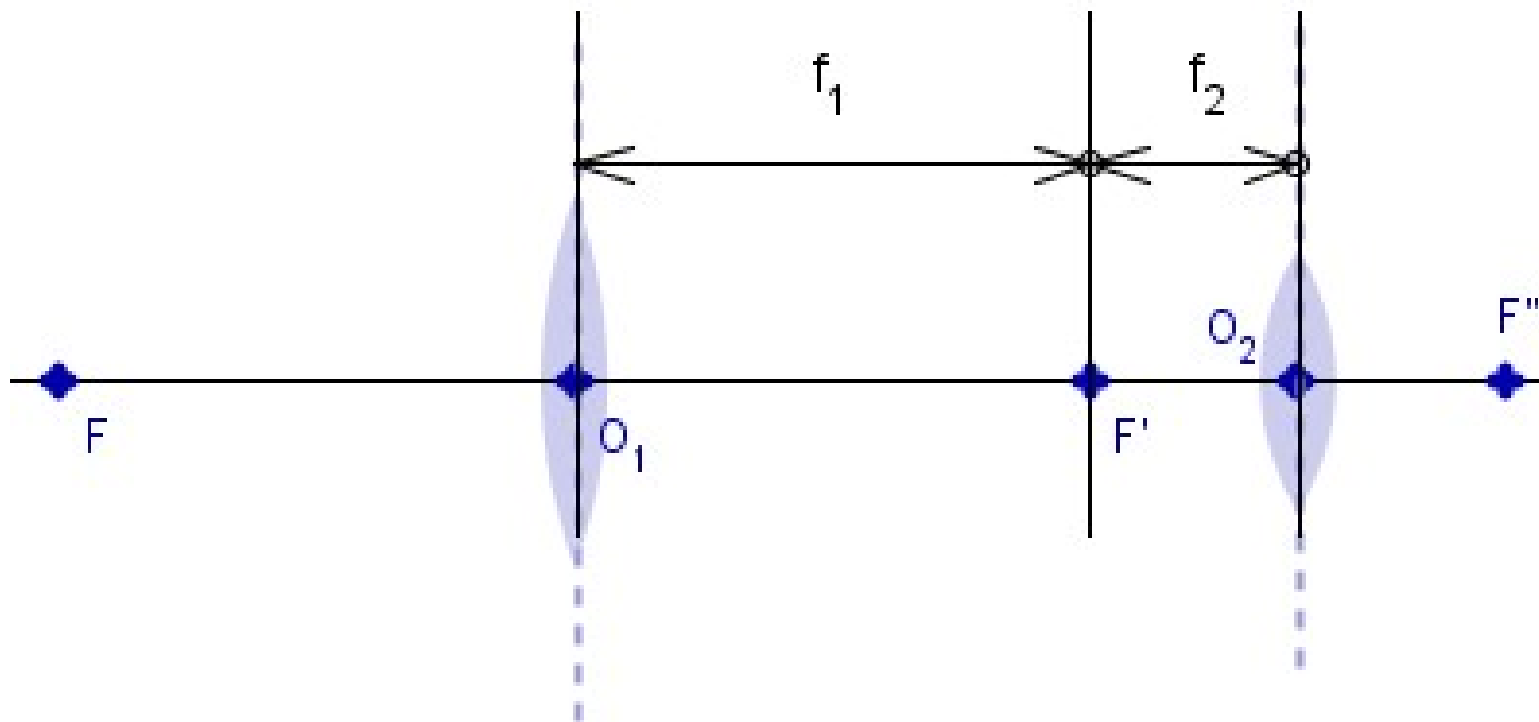


Galileisches Fernrohr II



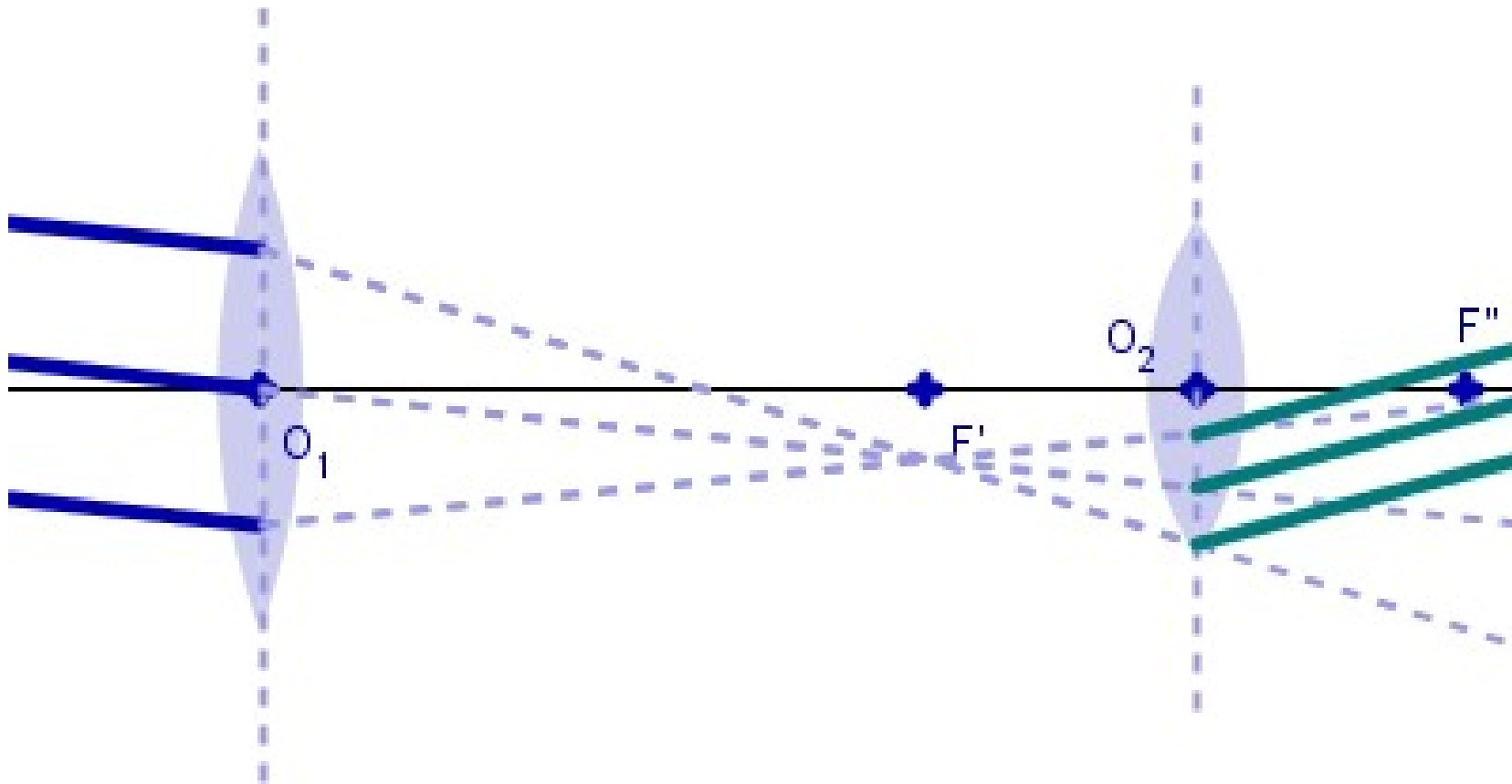
Keplersches Fernrohr

Okular und Objektiv sind beides Sammellinsen.
Dabei gilt folgende Anordnung:



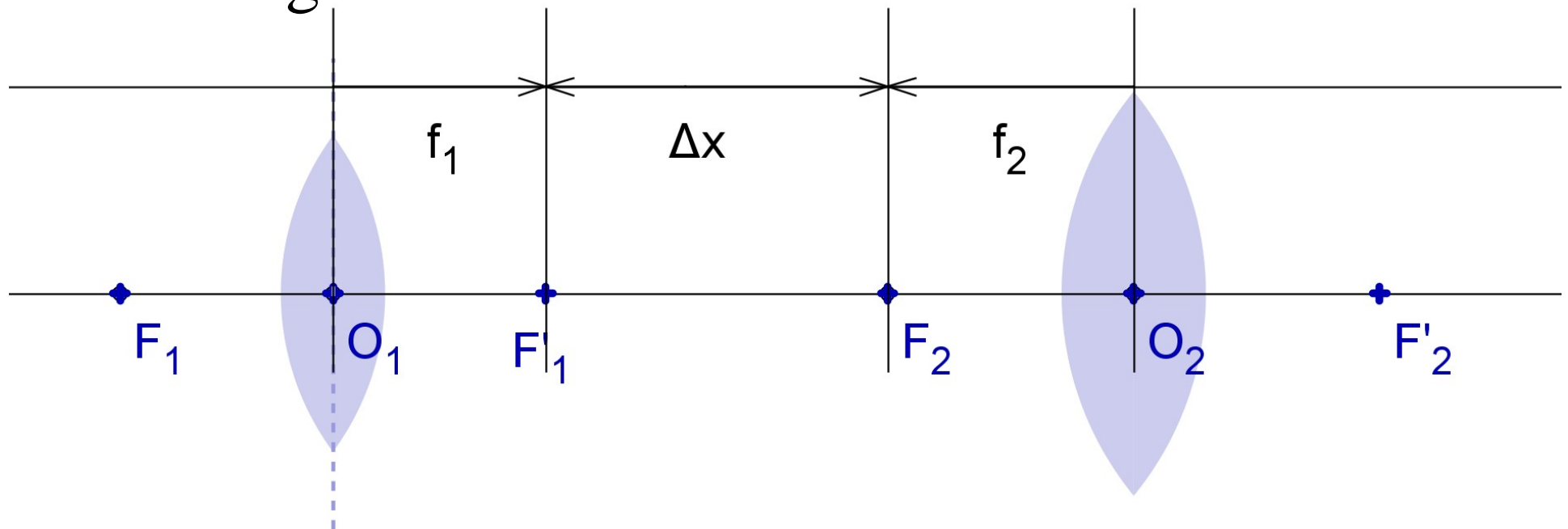
Keplersches Fernrohr II

Lichtstrahlen werden umgekehrt abgebildet:

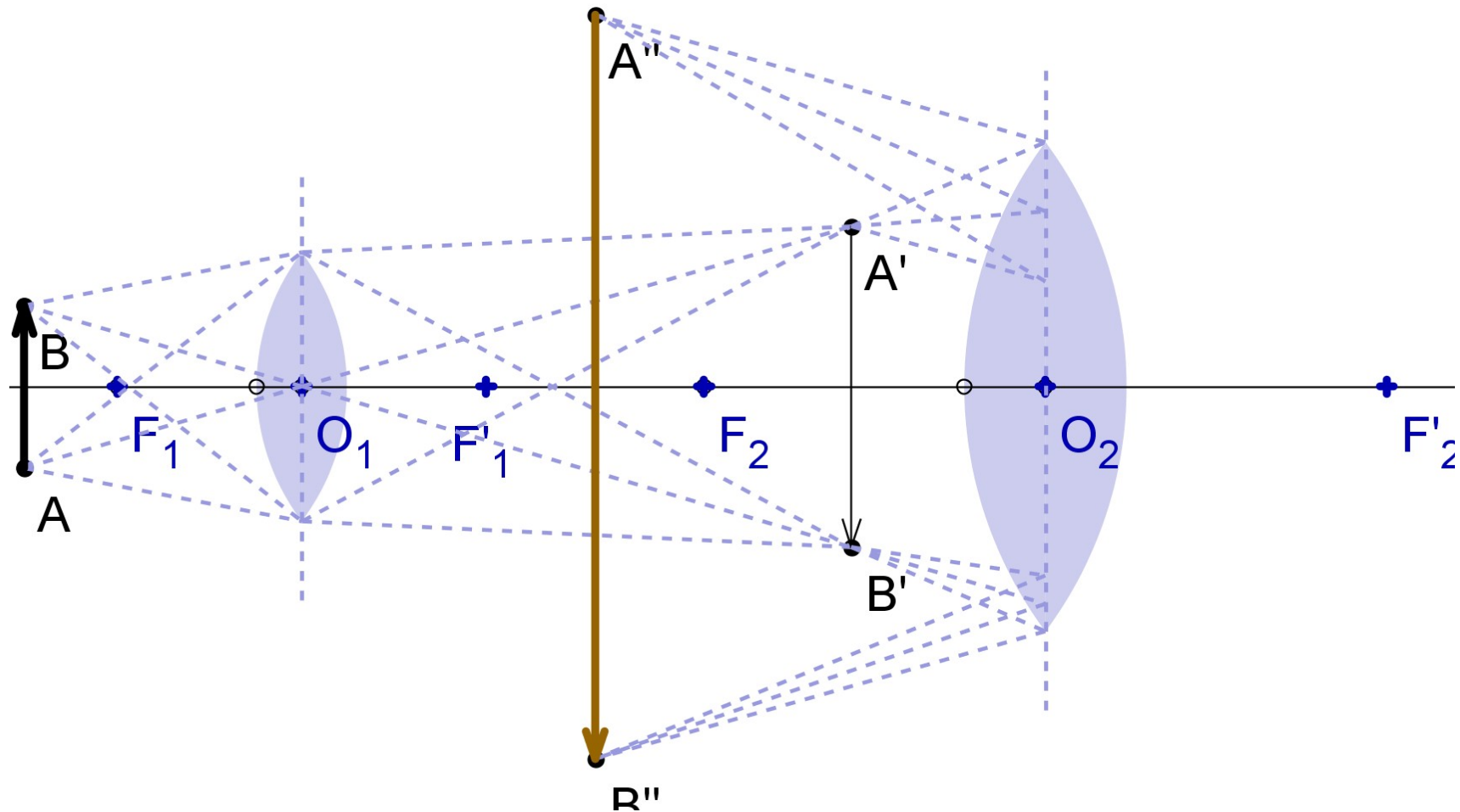


Mikroskop

Objektiv und Okular sind beides Sammellinsen, wobei im Gegensatz zum Galileischen Fernrohr der Abstand zwischen den Linsen/optischen System weitaus größer ist als die beiden Brennweiten.



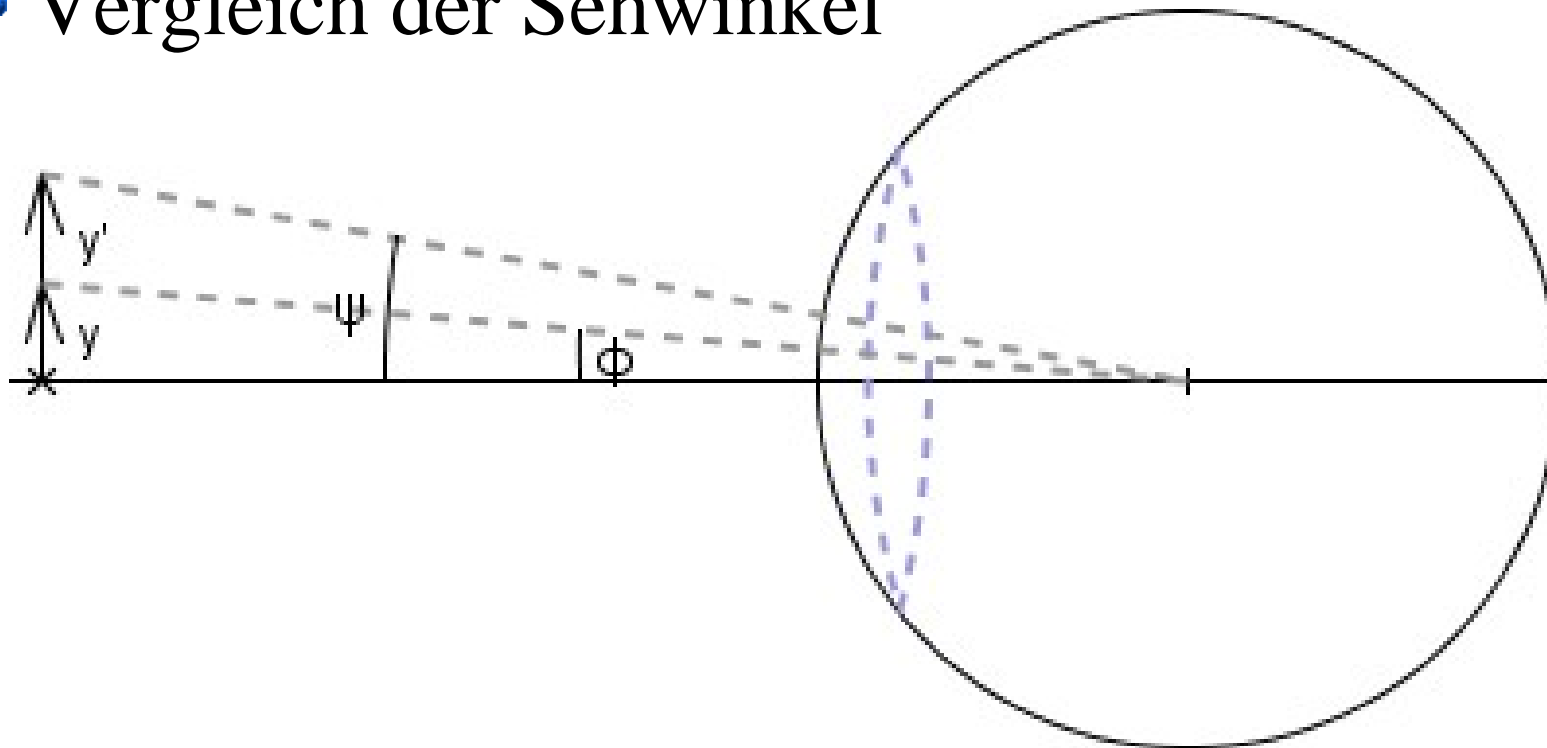
Mikroskop II



Maßzahlen für die Vergrößerung

2 zusammenhängende Möglichkeiten:

- Vergleich der Objekt- und Bildgröße
- Vergleich der Sehwinkel



Maßzahlen für die Vergrößerung II

Wenn mit y und y' die Objekt- bzw. Bildgröße bezeichnet werden und mit ϕ und ψ der Objekt- bzw. Bildsehwinkel, dann gilt:

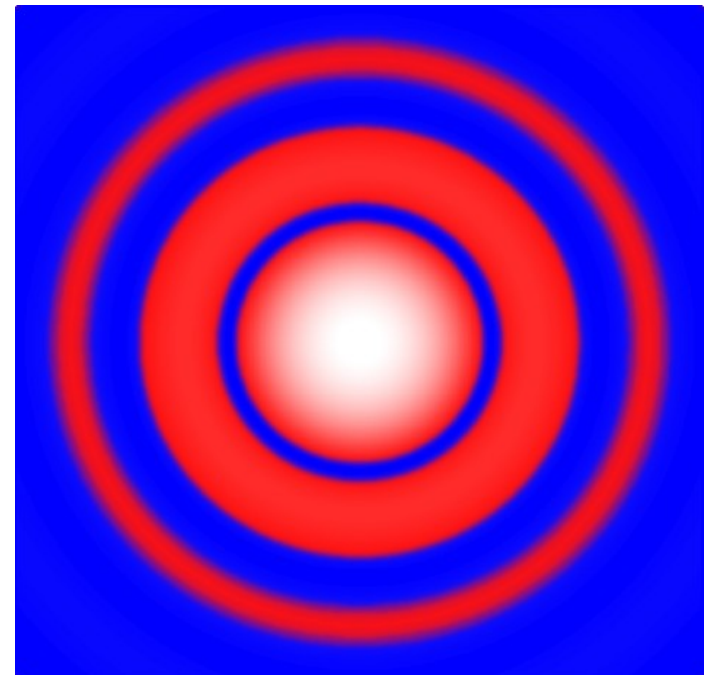
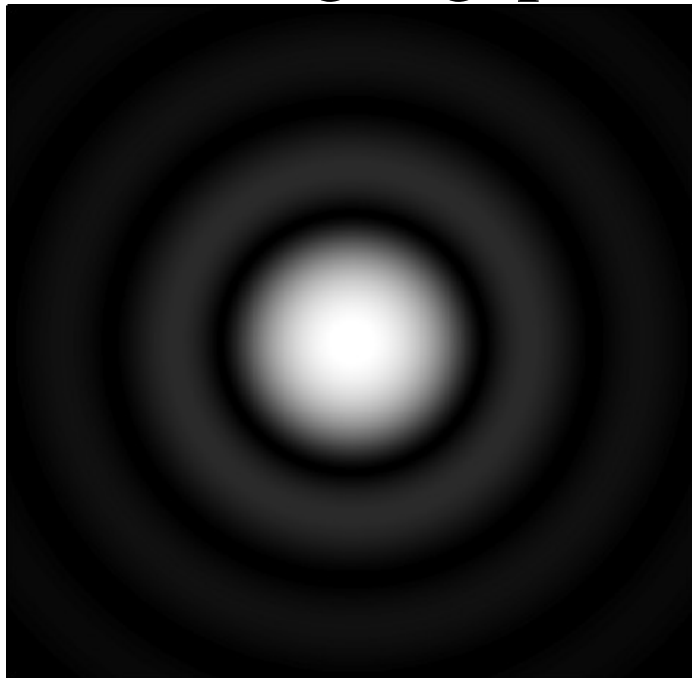
$$v = \frac{y'}{y} = \frac{\tan \psi}{\tan \phi}$$

Und mit der Kleinwinkelnäherung folgt:

$$\begin{aligned} \tan x &\approx x \\ v &= \frac{\tan \psi}{\tan \phi} \approx \frac{\psi}{\phi} \end{aligned}$$

Beugung an der Linsenumrandung

Bisher wurde vernachlässigt, dass die Linsen auch von Blenden umgeben sind, die die Linse begrenzen. An diesen kreisförmigen Blenden treten auch Beugungsphänomene auf.

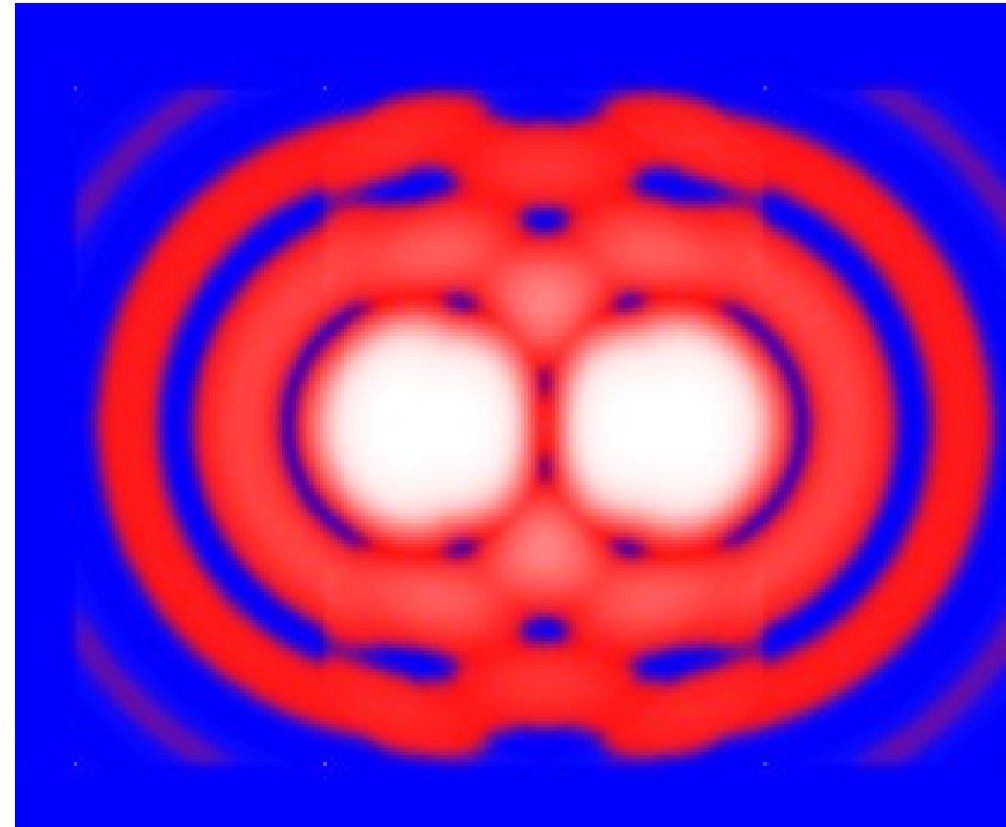
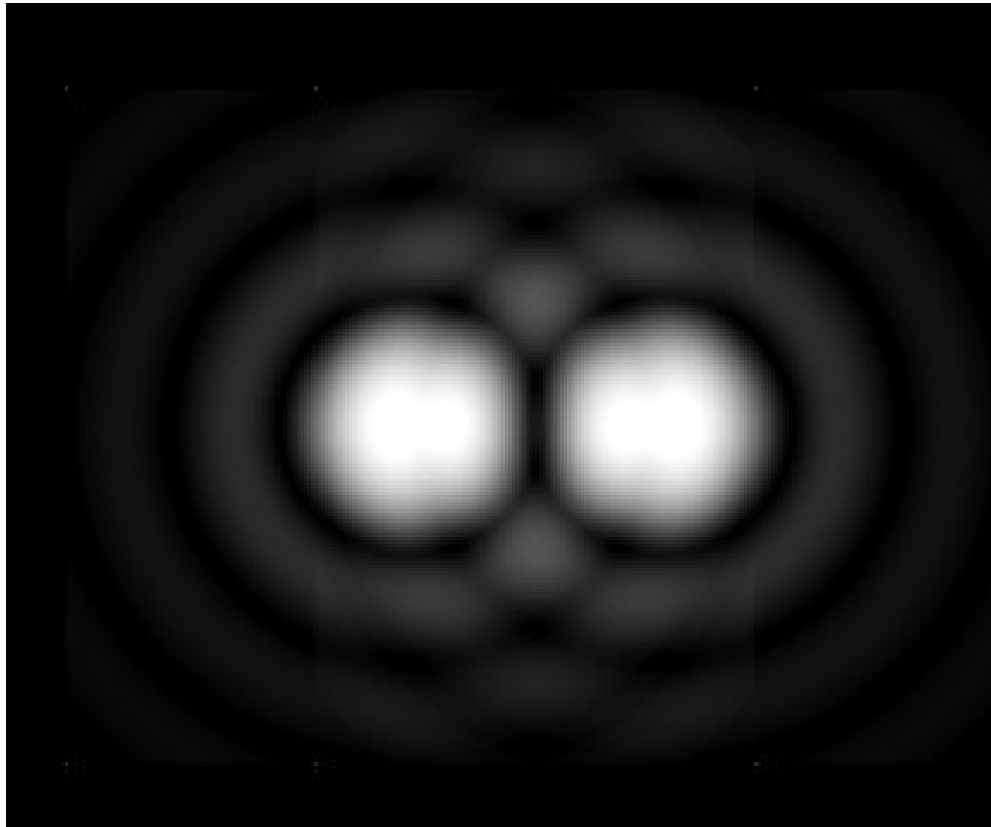


Überlappung zweier Beugungsscheibchen

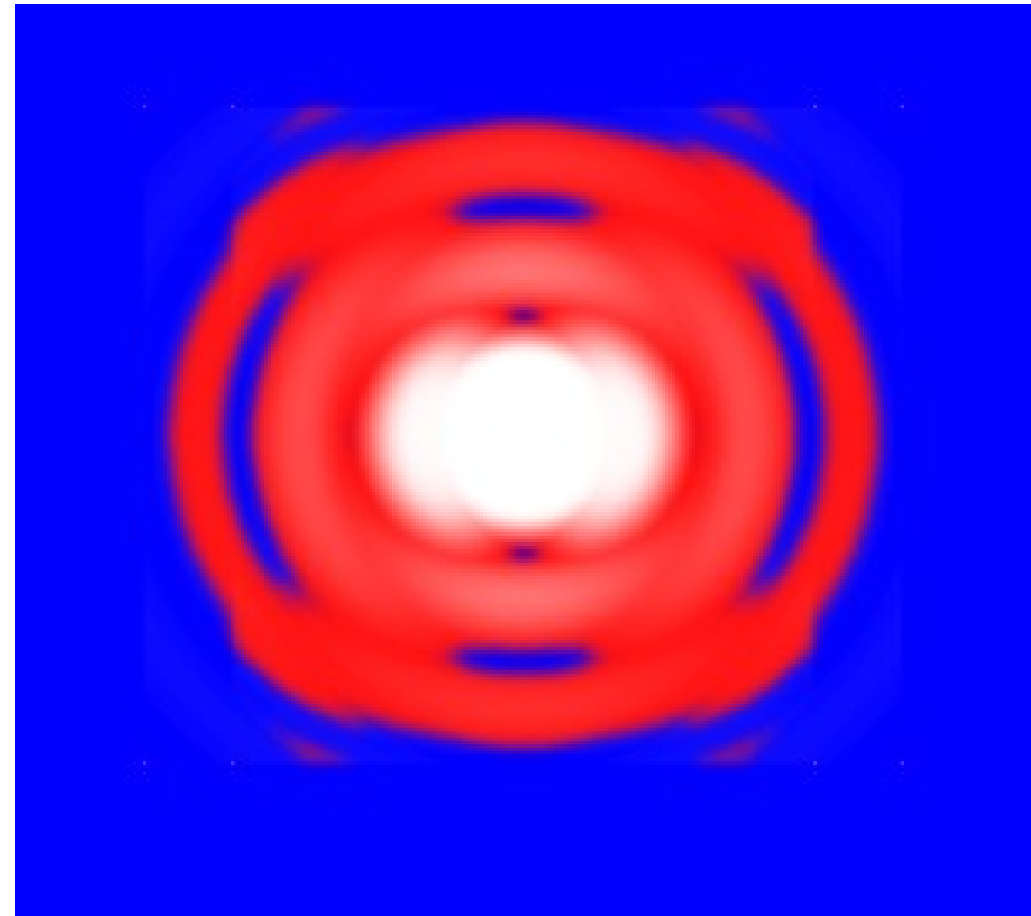
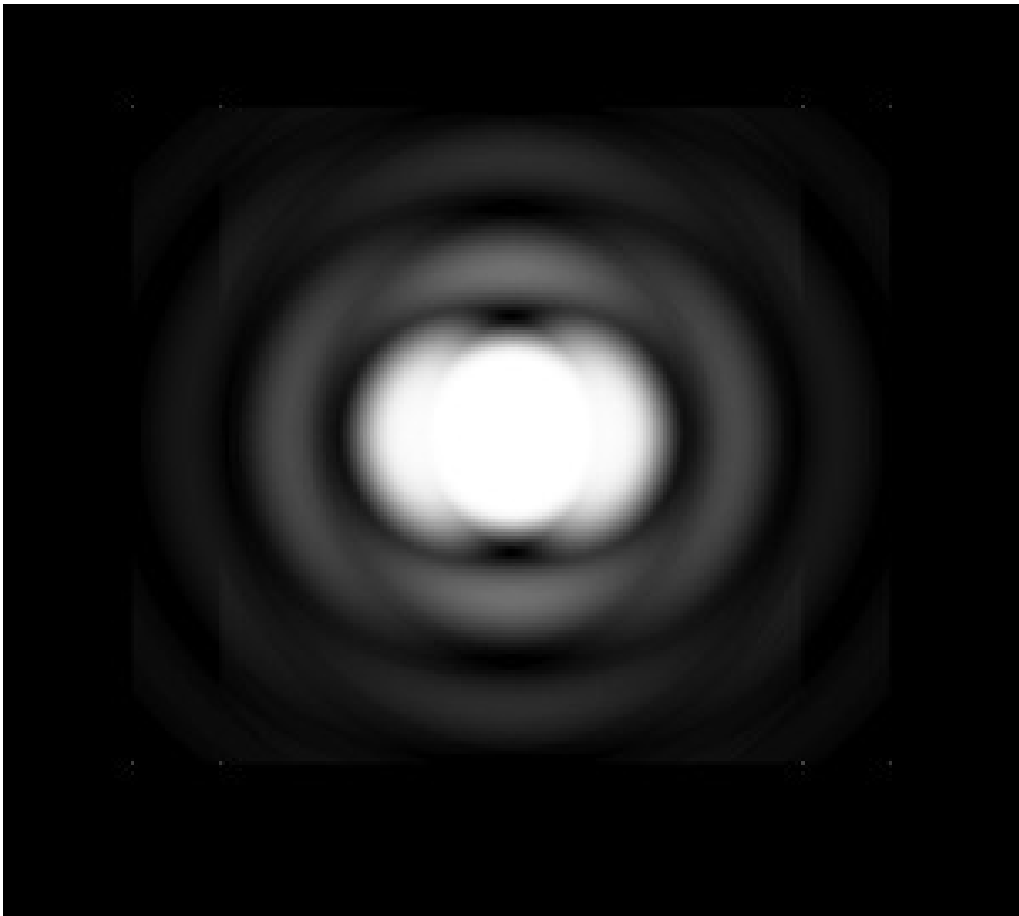


Dieses Phänomen behindert das Auflösungsvermögen eines Fernrohrs oder Teleskops, da ab einer bestimmten Vergrößerungsstufe Beugungsscheibchen sichtbar werden und durch Überlappung verhindern, dass eigentlich auseinanderliegende Punkte getrennt sichtbar bleiben.

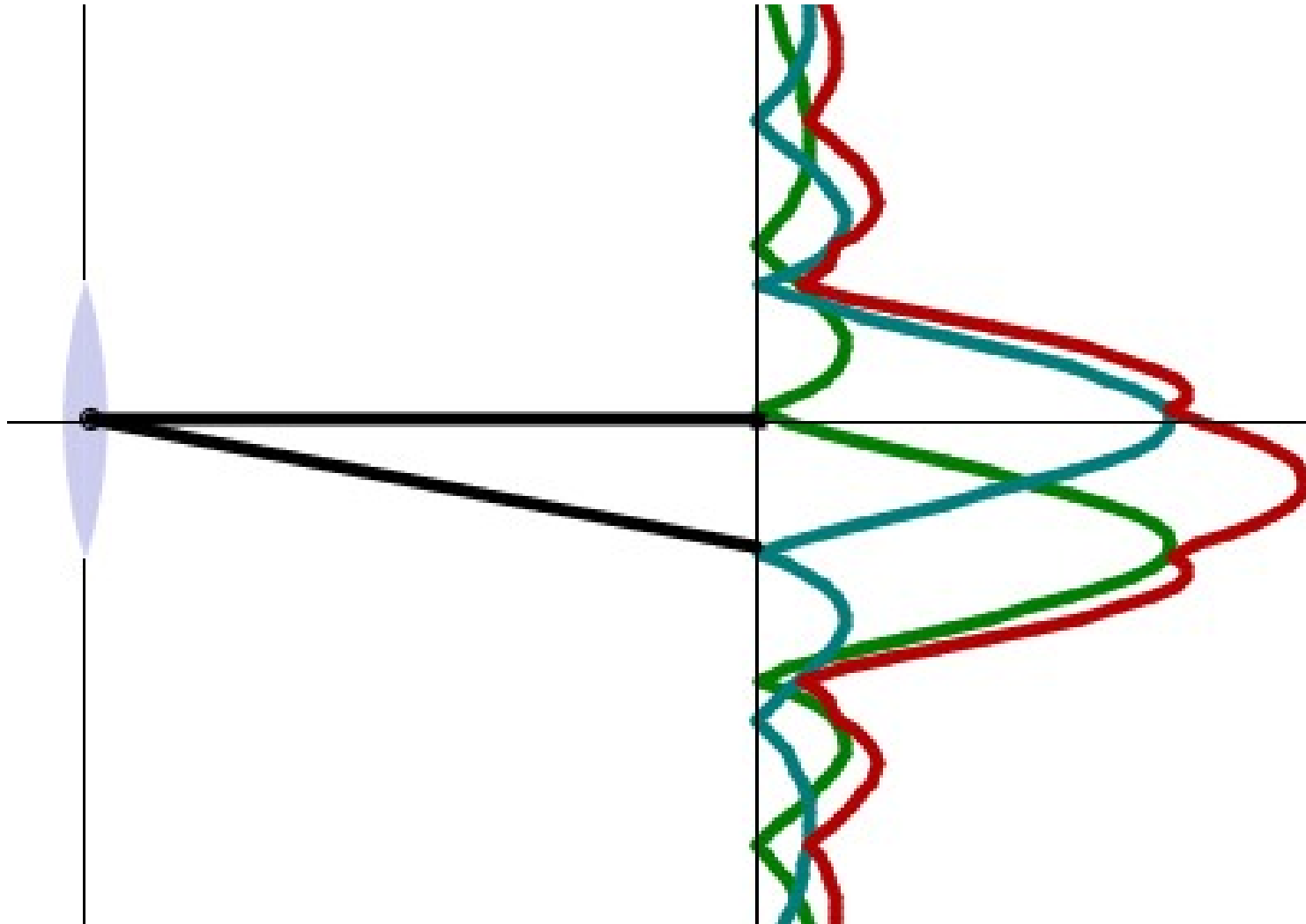
Überlappung zweier Beugungsscheibchen II



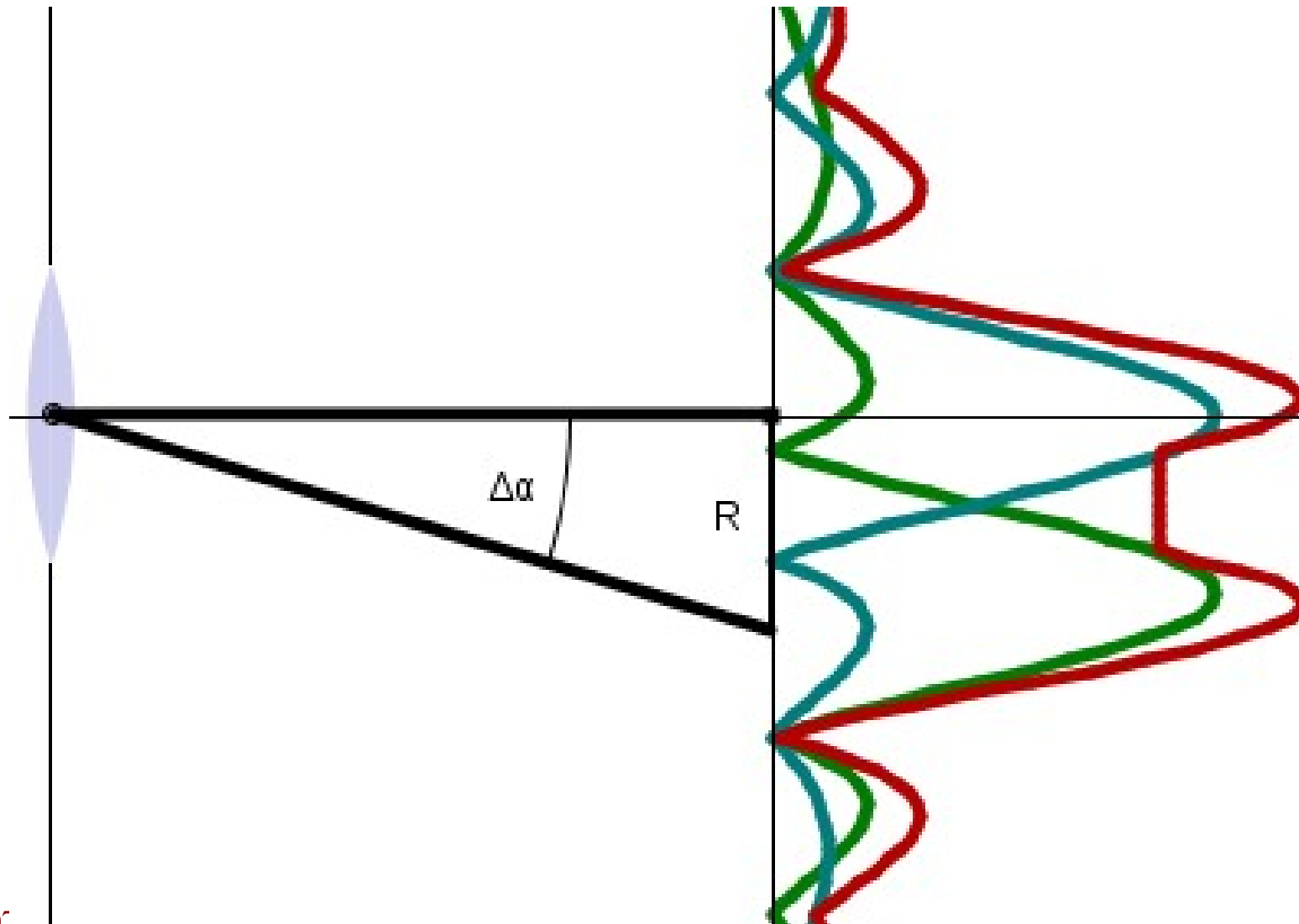
Überlappung zweier Beugungsscheibchen III



Überlappung zweier Beugungsscheibchen VI



Überlappung zweier Beugungsscheibchen V



1. Minimum eines Beugungsscheibchens

Das 1. Minimum eines Beugungsscheibchens befindet sich bei:

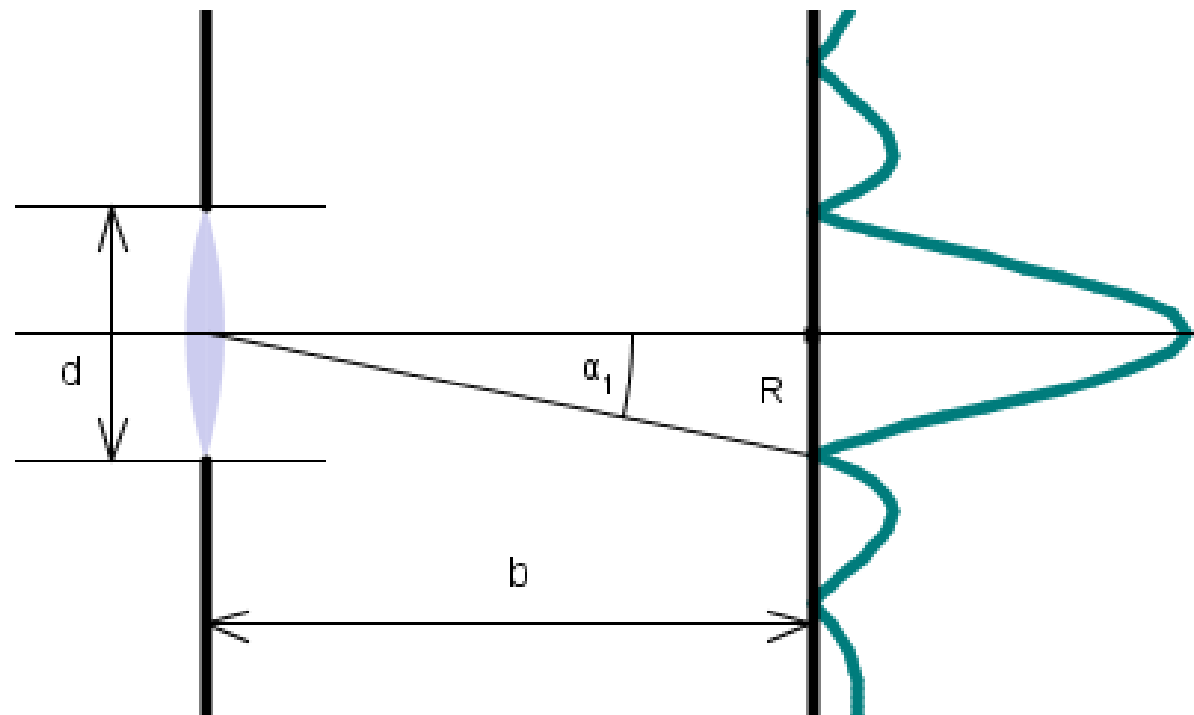
$$d \cdot \sin \alpha_1 = 1.219 \cdot \lambda$$

$$\sin \alpha_1 \approx \alpha_1 \Rightarrow d \cdot \alpha_1 = 1,219 \cdot \lambda$$

bzw. mit:

$$\tan \alpha_1 = \frac{R}{b}$$

$$\tan \alpha_1 \approx \sin \alpha_1 \approx \alpha_1 \Rightarrow d \cdot \frac{R}{b} = 1,219 \cdot \lambda \Leftrightarrow \frac{R}{b} = 1,219 \cdot \frac{\lambda}{d}$$



Optisches Auflösungsvermögen



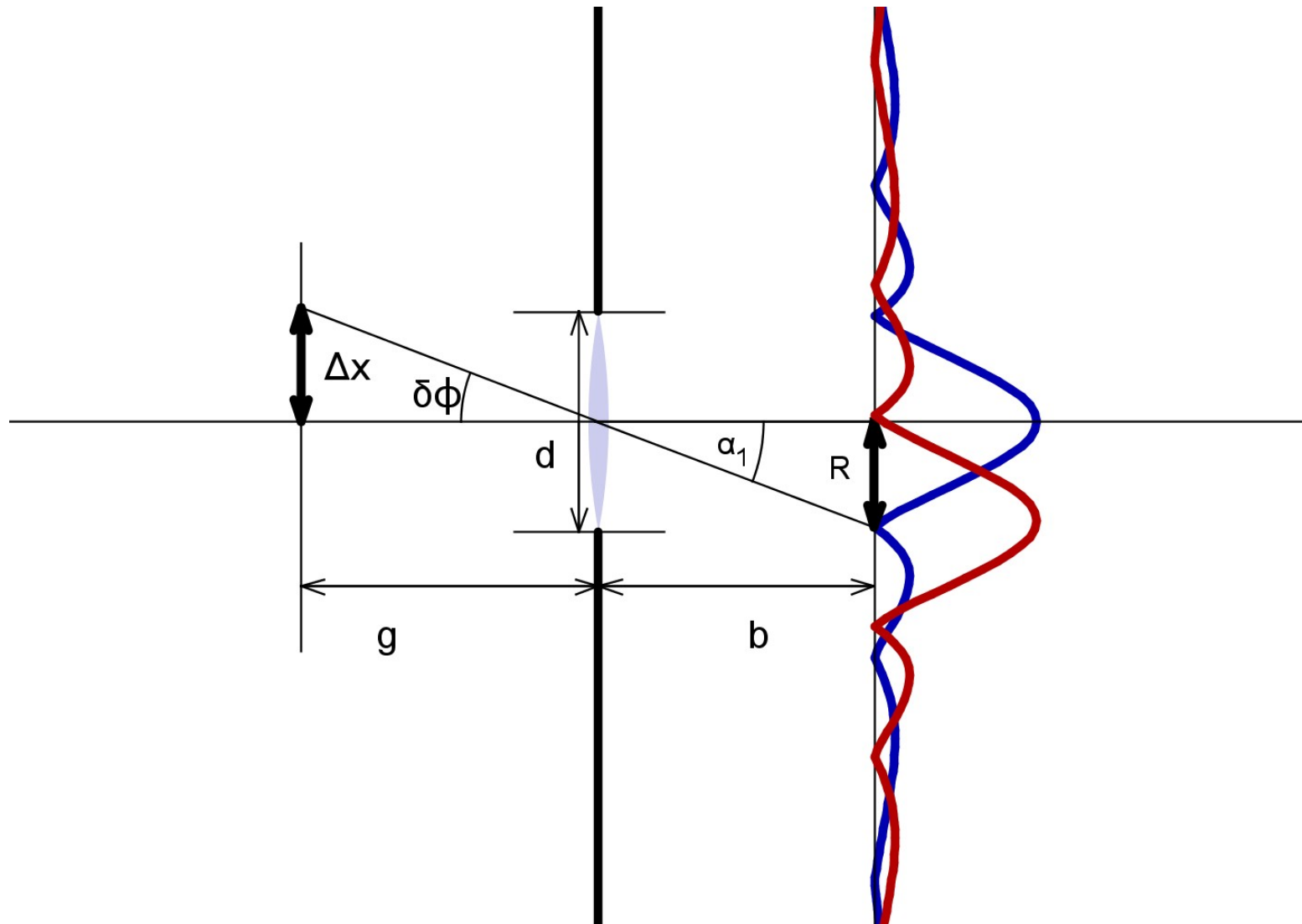
Aus diesen Formeln kann man einige Schlussfolgerungen für das Auflösungsvermögen von Fernrohren und Mikroskopen ziehen.

Rolle des Okulars

Allgemein kann das Okular bei den Betrachtungen vernachlässigt werden, da Auflösungsschwächen des Objektivs durch eine nachträgliche Vergrößerung durch das Okular nicht verbessert werden können.

Man spricht von einer **förderlichen** Vergrößerung, wenn das Okular alle Details des Objektivbildes sichtbar macht, alles darüber hinaus entspricht einer **leeren** Vergrößerung.

Allgemeine Skizze



Optisches Auflösungsvermögen bei einem Fernrohr

Da bei einem Fernrohr unterschiedlich weit entfernte Objekte betrachtet werden, ist es sinnvoll den kleinst-möglichen (kleinst-sichtbaren) Winkelabstand $\delta\phi$ zwischen 2 Punkten zu untersuchen.

Dann folgt:

$$\delta\phi = \alpha_1 \Rightarrow \delta\phi \approx \sin \delta\phi = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Optisches Auflösungsvermögen bei einem Mikroskop

Im Unterschied zum Fernrohr ist es bei einem Mikroskop sinnig, den kleinst-möglichen Abstand Δx 2er noch trennbarer Punkte zu untersuchen.

Bei einem Mikroskop liegen alle „scharfen“ Punkte praktisch in der Brennebene, deshalb kann man annehmen $g = f$.

Dann gilt:

$$\frac{\Delta x}{g} = \frac{R}{b} = 1,219 \cdot \frac{\lambda}{d} \Leftrightarrow \Delta x \stackrel{\text{mit } g=f}{=} 1,219 \cdot \frac{f \lambda}{d}$$

Optisches Auflösungsvermögen bei einem Mikroskop II

Der Faktor f/d wird auch als numerische Apertur A bezeichnet (bei Kamera-Objektiven: „f/#“).

Dadurch vereinfacht sich die Formel zu:

$$\Delta x \stackrel{\text{mit } g=f}{=} 1,219 \cdot \frac{f \lambda}{d} = 1,219 \cdot A \cdot \lambda$$

Gute Mikroskope schaffen gerade Werte unter 0,8, was für Δx ergibt:

$$\Delta x = 1.219 \cdot 0.8 \lambda \approx \lambda$$

Folgerung (Abbes Beugungsgrenze)

„Mit dem Mikroskop kann man bestenfalls Punkte unterscheiden, deren Abstand in der Größenordnung der Wellenlänge des benutzten Lichtes liegen:

$$\Delta x \approx \lambda.$$
 (Metzler)

Folgerung für Lichtmikroskope

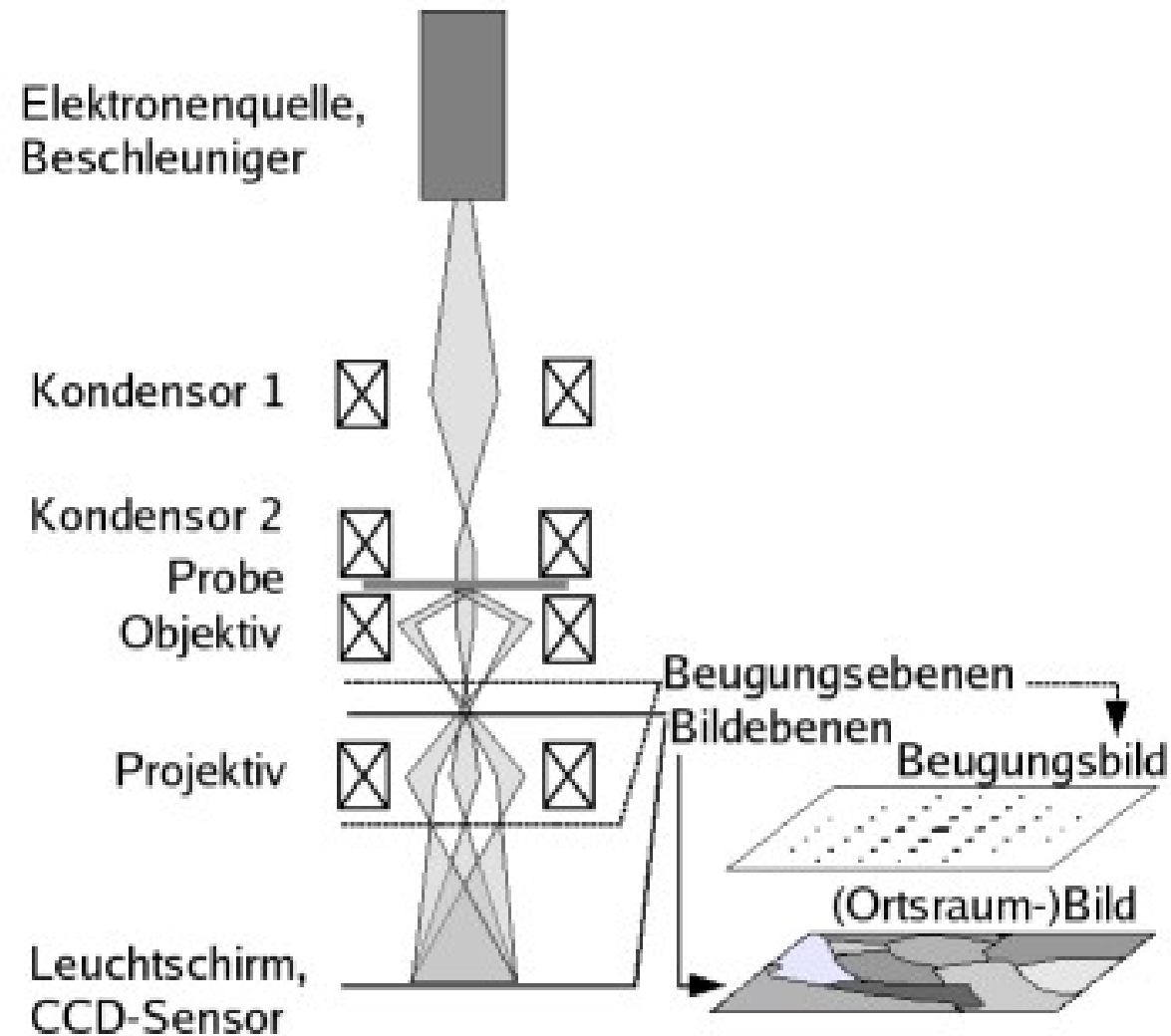
Sichtbare Licht besitzt Wellenlängen zwischen 400 und 700 nm. Daraus folgt, dass ein Lichtmikroskop im besten Fall nur eine Auflösung von ca. 500 nm, also 0,5 μm erreichen kann. Dies stellte eine große Hürde in der Forschung dar, da deswegen viele für die Forschung wichtigen Details im Verborgenen blieben.

Ausweg durch Materiewellen

Durch Verwendung von Materiewellen kann diese Begrenzung umgangen werden.

Dies geschieht mit Hilfe des (Raster-) Elektronenmikroskops, welches Elektronen und Elektronenlinsen benutzt, um genauere Auflösungen zu erzielen.

Elektronenmikroskop



Berechnung der maximalen Auflösung

Elektronenmikroskope beschleunigen die Elektronen mit 80 kV bis 400 kV.

Für den Impuls der Elektronen folgt:

$$E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \Leftrightarrow c^2 p^2 = E^2 - E_0^2 \Leftrightarrow p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} \Leftrightarrow$$

$$p^2 = \frac{(E_0 + e \cdot U)^2 - E_0^2}{c^2} \Leftrightarrow$$

$$p = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(E_0 + e \cdot U)^2 - E_0^2}$$

Berechnung der maximalen Auflösung

Für $U = 80 \text{ kV}$ folgt dann für p : $p = 9.9 \cdot 10^{-4} \frac{\text{eV}}{\text{m/s}}$

Für $U = 400 \text{ kV}$ folgt für p : $p = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{eV}}{\text{m/s}}$

Die de-Broglie-Materiewellenlänge ist gegeben durch:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Durch Einsetzen ergeben sich minimale Wellenlängen und Auflösungen zwischen 1,7 pm und 4,2 pm.

Tatsächliche Auflösung



Natürlich ist der durchschnittliche Impuls kleiner und die Elektronen verlieren Energie, so dass sich in modernen Elektronenmikroskopen nur Auflösungen von unter 0.1 nm ergeben.



Quellen

- Wikipedia
- Metzler
- „Lehrbuch der Experimentalphysik“, Band 3

